

UNE INITIATION PAS À PAS À LA THÉORIE DES CATÉGORIES AVEC UN REGARD TOURNÉ VERS LES APPLICATIONS

Sébastien Martineau
smartineau@lpsm.paris

En mathématiques, nous sommes habitués à considérer des objets et des morphismes entre ces objets. Il peut s'agir d'espaces vectoriels, de groupes, d'ensembles, d'espaces topologiques, etc.¹ Pour démontrer des résultats, il s'agit alors d'inspecter en détail nos objets d'étude. La théorie des catégories incarne un tout autre point de vue, moderne et fécond : pour bien comprendre un objet, on ne l'inspecte pas en détail ; on étudie plutôt comment il interagit avec tous les objets possibles (on regarde la collection de tous les morphismes partant de cet objet ou allant vers cet objet).

La théorie des catégories se prête naturellement à une présentation en termes algébriques, abstraits et généraux, avec un regard tourné vers la géométrie algébrique, la topologie algébrique ou la logique. Dans ce TER, on propose une approche assez différente. Au lieu de sauter rapidement vers des abstractions générales, on procèdera de façon progressive. On inspectera en détail un certain nombre de situations concrètes et la généralité de notre propos s'étendra graduellement. En particulier, les catégories elles-mêmes ne seront pas étudiées dès le début du TER. Par ailleurs, les constructions seront présentées avec un regard tourné vers des applications extra-mathématiques, telles que la gestion de ressources ou les bases de données. Aucun prérequis n'est demandé concernant ces domaines d'application potentiels.

Références :

- *Applied Category Theory Course*, de John Baez.
- *Seven Sketches in Compositionality: An Invitation to Applied Category Theory*, de Brendan Fong et David Spivak.
- *La Théorie des Ensembles selon les Shadoks*, d'Alain Prouté.
- Discussions régulières avec Sébastien Martineau.

1. Pour les ensembles, les morphismes sont les fonctions. Pour les espaces topologiques, ce sont les fonctions continues.

MATHÉMATIQUES ET CRISE ENVIRONNEMENTALE

Sébastien Martineau
smartineau@lpsm.paris

La situation actuelle de la biosphère est préoccupante, avec des extinctions massives, une pollution à grande échelle, ainsi qu'une évolution climatique rapide. Il s'agit dans ce TER de se renseigner sur cette situation et d'en aborder un ou plusieurs aspects de façon mathématique.

Plus précisément, la première moitié du semestre sera dédiée à rassembler informations et compréhension concernant la situation actuelle. Durant cette phase, le but sera d'aller vers ce qu'on considérera comme essentiel, sans se préoccuper de voir les choses à tout prix sous un angle mathématique.

Durant la seconde moitié, on sélectionnera, parmi les aspects rencontrés jusqu'alors, un ou plusieurs points qui se prêtent à une étude mathématique de niveau M1 et mènera une telle étude. Cette procédure en deux temps a pour but de vraiment garder en tête le sujet d'étude et d'y employer les mathématiques comme outils de compréhension.